

谐波测量的改进 FFT 插值算法研究

聂一雄¹, 彭显刚¹, 戴乔旭¹, 邓小康²

(1. 广东工业大学自动化学院, 广州 510006; 2. 广东电网公司湛江供电局, 广东 湛江 524005)

摘要: 为满足对谐波分析的计算速度和计算精度均有较高要求的应用场合的需要,文中提出了一种改进的基于谱能量重心法的双峰插值算法。利用各谐波分量附近的两根离散谱线的值,该算法可简单快速地实现对信号频率、幅值和相位的准确插值校正计算。文中给出了该算法的任意阶余弦窗函数的系数和参数校正的计算公式。计算机仿真计算结果表明,这种算法的计算精度不逊于目前常用的多项式拟合插值算法,而在计算速度上则提高了 10% 以上,且适用于包括间谐波在内的所有谐波分量的校正计算。实验证明了该算法的实用性和有效性

关键词: 谐波分析; 快速傅里叶变换; 插值算法; 窗函数

Improved FFT Interpolation Algorithm for Harmonic Measurement

NIE Yixiong¹, PENG Xiangang¹, DAI Qiaoxu¹, DENG Xiaokang²

(1. Faculty of Automation Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China; 2. Zhanjiang Power Supply Bureau Guangdong Power Grid Corporation, Guangdong Zhanjiang 524005, China)

Abstract: To raise calculation speed and analyzing precision of harmonic analysis for special applications, an improved double-spectrum-line interpolation algorithm based on spectral energy centroid method is proposed, and the formulas for calculating the coefficient of arbitrary order cosine window function and parameters correction are deduced. Making use of the values of two discrete spectral lines near each harmonic component, this algorithm can realize the accurate interpolation correction calculation of the signal frequency, amplitude and phase simply and rapidly. Computer simulation results show that the accuracy of the proposed algorithm is comparable to the current polynomial fitting interpolation algorithm, and its calculation is accelerated by more than 10%. The proposed algorithm is suitable for the correction of all harmonic components, including interharmonic component. Experiments prove the effectiveness and practicability of the algorithm.

Key words: harmonic analysis; fast Fourier transform; interpolation algorithm; window function

0 引言

谐波能量计量的特点是在能量计量的过程中,必须对电流和电压采样信号进行连续不间断的谐波分析,且为满足计算精度的要求,必须使每次能量计量的周期尽量短,这就对谐波分析的计算速度和计算精度提出了更高的要求。

近年来,虽然各国学者提出了小波分析法^[1-2]、神经网络法^[3-4]、现代谱估计^[5-6]以及其它数学方法^[7-10]的多种谐波分析方法,但这些方法应用于实时性要求较高的场合时,都存在或者是计算时间或者是分析精度的局限性;作为国际电工委员会推荐采用的谐波分析的基本方法,快速傅里叶变换(FFT)的应用已成为业界的共识,也是研究最多的方法。

FFT 应用于谐波分析时需要解决的两个主要问题是频谱泄漏和栅栏效应。近年来,有学者先后提

收稿日期:2016-03-04; 修回日期:2016-05-26

基金项目:中国南方电网科技计划项目(K-GD2012-215)。

Project Supported by Southern Power Grid Technology Projects of China(K-GD2012-215).

出了单峰插值算法^[11]、双峰插值算法^[12-13]、三峰插值算法^[14]及其他插值算法^[15-16]等多种解决方法,在校正计算精度方面也取得了较好的应用效果,但这些插值算法在应用中都有在幅值校正计算时采用多项式曲线拟合的方法实现的共同特点,用于谐波电能的实时计算存在计算量较大的问题。

文中提出了一种基于快速傅里叶变换的改进双峰插值算法,并推导出了适用于该算法的余弦窗函数系数表达式。方法特点在于校正计算简便快捷,能在短时间内实现对包括分数谐波在内的所有谐波的频率、幅值和相位的校正计算,在计算速度和计算精度两方面都具有突出的特性,特别适用于基于嵌入式系统的谐波分析与计量装置的应用场合。

1 改进插值算法的基本原理

由傅氏算法的线性性质,可不失一般性地假设被处理信号为某单一频率信号,其数学表达式为

$$f(t) = A_x e^{j(\omega_x t + \varphi_x)} \quad (1)$$

式(1)中: A_x 、 ω_x 、 φ_x 分别为被处理信号的幅值、频率和初相角。

n 阶余弦窗函数为

$$W(t) = \begin{cases} \sum_{m=0}^n (-1)^m a_m \cos(m\omega_1 t) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中: a_m 为第 m 阶余弦窗系数; $\omega_1 = 2\pi/T$; T 为信号处理截断周期。

文中分别用 Ω 和 ω 表示频域和时域里的频率。由于 $f(t)$ 和 $W(t)$ 的傅里叶变换分别为:

$$f(\Omega) = 2\pi A_x e^{j\varphi_x} \delta(\Omega - \omega_x); \quad (3)$$

$$W(\Omega) = \sum_{m=0}^n (-1)^m a_m \left[\frac{\sin(\frac{\Omega - m\omega_1}{2} T)}{\Omega - m\omega_1} e^{-j\frac{(\Omega - m\omega_1)T}{2}} + \frac{\sin(\frac{\Omega + m\omega_1}{2} T)}{\Omega + m\omega_1} e^{-j\frac{(\Omega + m\omega_1)T}{2}} \right] \quad (4)$$

考虑到窗函数的基频 $\omega_1 = 2\pi/T$, 即有 $\frac{m\omega_1 T}{2} = m\pi$, $e^{-j\frac{(\Omega - m\omega_1)T}{2}} = (-1)^m e^{-j\frac{\Omega T}{2}}$, 则由傅里叶变换的卷积性质知,加窗后的连续时间信号函数 $x(t) = f(t)W(t)$ 的傅里叶变换为

$$X(\Omega) = \frac{1}{2\pi} F(\Omega) W(\Omega) = A_x e^{j\varphi_x} e^{-j\frac{\Omega T}{2}} \sum_{m=0}^n \frac{a_m}{2} \left[\frac{\sin(\frac{\Omega - \omega_x - m\omega_1}{2} T)}{\Omega - \omega_x - m\omega_1} + \frac{\sin(\frac{\Omega - \omega_x + m\omega_1}{2} T)}{\Omega - \omega_x + m\omega_1} \right] \quad (5)$$

在数字信号分析处理中,考虑到离散采样序列的特点,对于每周期 N 点采样的采样序列,则频谱函数的幅值(绝对值)随离散频率 Ω 的变化为在整个频率空间依 $\Delta\Omega = \frac{2\pi}{N}$ ($k=1, 2, \dots, \frac{N}{2}-1$)离散分布,谱线间隔为 $\Delta\Omega = \frac{2\pi}{N}$,见图1的实线所示, $\Delta\Omega$ 对应着连续频谱中的窗函数的基频值 ω_1 ,即任一点离散频率 $\Omega = k\Delta\Omega = \frac{2\pi}{N}k$,其中, $k(=1, 2, \dots, \frac{N}{2}-1)$ 为整数,若对应离散频谱最大值处(也是最靠近主瓣中心的离散频率点)的频率为 $\Omega_1 = k_1\Delta\Omega = k_1\omega_1$,而实际信号的频率 ω_x 不可能正好为 ω_1 的整数倍,见图1,假设为 k_0 倍,则有等式 $\Omega_1 - \omega_x \pm m\omega_1 = (k_1 - k_0 \pm m)\Delta\Omega$ 。

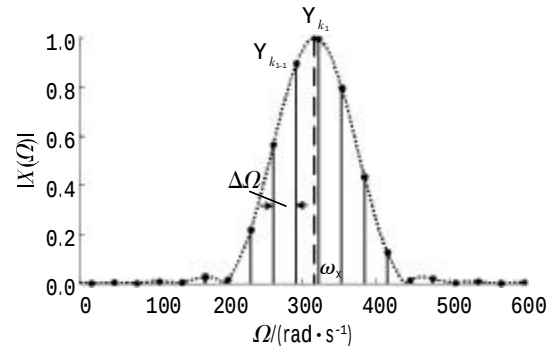


图1 加窗运算的频谱函数曲线

Fig. 1 Spectral function curve of window operation

由离散傅里叶变换的理论知^[17],式(5)的离散信号表达式为

$$X(\Omega_1) = A_x e^{j\varphi_x} e^{-j(k_1 - k_0)\pi} \sum_{m=0}^n \frac{a_m}{2} \left[\frac{\sin(\frac{k_1 - k_0 - m}{N}\pi)}{\sin(\frac{k_1 - k_0 - m}{N}\pi)} + \frac{\sin(\frac{k_1 - k_0 + m}{N}\pi)}{\sin(\frac{k_1 - k_0 + m}{N}\pi)} \right] \quad (6)$$

若令 $x = k_0 - k_1$ 为校正频率系数,由于 $N \gg 1$,对于 n 为有限阶的余弦窗,则有等式: $\sin(\frac{k_1 - k_0 \pm m}{N}\pi) \approx \frac{-x \pm m}{N}\pi$,假设 $L(x) = \frac{\sin(x\pi)}{x\pi}$,那么由式(6)可得

$$X(\Omega_1) \approx A_x e^{j\varphi_x} e^{-jx\pi} \sum_{m=0}^n \frac{a_m}{2} \left[\frac{\sin(x+m)\pi}{\frac{x+m}{N}\pi} + \frac{\sin(x-m)\pi}{\frac{x-m}{N}\pi} \right] = A_x e^{j(\varphi_x + x\pi)} \sum_{m=0}^n \frac{a_m}{2} [L(x-m) + L(x+m)] \quad (7)$$

而式(7)的模值表达式为

$$|X(\Omega_1)| = A_x \sum_{m=0}^n \frac{a_m}{2} [L(x-m) + L(x+m)] \quad (8)$$

其频谱函数分布见图 1。由图 1 可以看出, 如果被分析信号的频率 ω_s 刚好与采样频率为整倍数关系, 则计算获得的频率、幅值和相位将正好对准频谱主瓣的位置, 计算结果准确无误; 但大多数情况下, 被分析信号的频率将处于两条谱线之间(图 1 的虚直线所示)。借鉴文[18]的计算思想, 文中提出一种改进的谱能量重心法校正插值算法。理论分析如下。

设图 1 中位于主瓣峰值两侧的两条谱线的幅值分别为 $f(x_1)=Y_{k_1}=|X(\Omega_1)|$ 、 $f(x_2)=f(x_1+1)=Y_{k_1+1}=|X(\Omega_2)|=|X(\Omega_1+\Delta\Omega)|$, 则从理论上应能找到两个常数 d_1 、 d_2 与余弦窗函数系数 a_m 的组合, 使满足等式

$$(x_1-d_1)f(x_1)+(x_2+d_2)f(x_2)=0. \quad (9)$$

即求解出谱能量重心之所在。

考虑到 $\sin(x+m)\pi=(-1)^m\sin(x\pi)$, 则式(8)展开为

$$\begin{aligned} |X(\Omega_1)| &= NA_x \left\{ a_0 \frac{\sin(x\pi)}{x\pi} + \frac{a_1}{2} \left[\frac{\sin(x-1)\pi}{(x-1)\pi} + \frac{\sin(x+1)\pi}{(x+1)\pi} \right] + \frac{a_2}{2} \left[\frac{\sin(x-2)\pi}{(x-2)\pi} + \frac{\sin(x+2)\pi}{(x+2)\pi} \right] + \dots + \right. \\ &\quad \left. \frac{a_n}{2} \left[\frac{\sin(x-n)\pi}{(x-n)\pi} + \frac{\sin(x+n)\pi}{(x+n)\pi} \right] \right\} = \\ &= NA_x \frac{\sin(x\pi)}{2\pi} \left[\frac{2a_0}{x} - a_1 \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \right) + \right. \\ &\quad \left. a_2 \left(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} \right) + \dots + (-1)^n a_n \left(\frac{1}{x-n} + \frac{1}{x+n} \right) \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

同理, 可获得 $f(x_2)=|X(\Omega_2)|=|X(\Omega_1+\Delta\Omega)|$ 的表达式。将 $f(x_1)$ 和 $f(x_2)$ 代入式(9), 可得

$$\begin{aligned} (x_1-d_1)NA_x \frac{\sin(\pi x)}{2\pi} \left[\frac{2a_0}{x} - \frac{a_1}{x-1} - \frac{a_1}{x+1} + \frac{a_2}{x-2} + \right. \\ \left. \frac{a_2}{x+2} + \dots + (-1)^n \frac{a_n}{x-n} + (-1)^n \frac{a_n}{x+n} \right] + \\ (x_1+d_2)NA_x \frac{\sin(\pi(x+1))}{2\pi} \left[\frac{2a_0}{x+1} - \frac{a_1}{x} - \frac{a_1}{x+2} + \frac{a_2}{x-1} + \right. \\ \left. \frac{a_2}{x+3} + \dots + (-1)^n \frac{a_n}{x-n+1} + (-1)^n \frac{a_n}{x+n+1} \right] = 0. \quad (11) \end{aligned}$$

对式(11)中分母相同的项合并同类项, 整理简化其表达式可得

$$\begin{aligned} NA_x \frac{\sin(\pi x)}{2\pi} \left\{ \left[\frac{2a_0(x-d_1)+a_1(x+d_2)}{x} - \frac{a_1(x-d_1)+a_2(x+d_2)}{x-1} - \right. \right. \\ \left. \frac{a_1(x-d_1)+2a_2(x+d_2)}{x+1} \right] + \sum_{m=2}^{n-1} (-1)^m \left[\frac{a_m(x-d_1)+a_{m+1}(x+d_2)}{x-m} + \right. \\ \left. \frac{a_m(x-d_1)+a_{m-1}(x+d_2)}{x+m} \right] + (-1)^n \left[\frac{a_n(x-d_1)+a_{n-1}(x+d_2)}{x-n} + \right. \\ \left. (-1)^n \left[\frac{a_n(x-d_1)}{x-n} - \frac{a_n(x+d_2)}{x+n+1} \right] \right\} = 0. \quad (12) \end{aligned}$$

由于窗函数各项系数应满足约束条件: $\sum_{m=0}^n a_m=1$

和 $\sum_{m=0}^n (-1)^m a_m=0$, 对式(12)的大括号包含各项利用代

数配方方法做化简运算, 消除分子项中的未知量 x

可知, 式中与 x 无关的常数项的值为 $\sum_{m=0}^n (-1)^m a_m=0$;

再考虑到等式为恒等式, 对式(12)而言, 满足等式的解有很多组, 其中对分母相同的各分式经合并整理后, 各分子项的值为零的解肯定是该等式的一组解。于是, 通过迭代类推可求得满足式(9)的各项系数构建要求的通用表达式为

$$\begin{cases} d_1=n, d_2=n+1 \\ a_0 = \frac{1}{1 + \sum_{m=1}^n \frac{2 \prod_{p=1}^m (n-p+1)}{\prod_{q=1}^m (n+q)}} \\ a_m = \frac{d_2-m}{d_1+m} a_{m-1} = \frac{2 \prod_{p=1}^m (n-p+1)}{\prod_{q=1}^m (n+q)} a_0 \quad (1 \leq m \leq n) \end{cases} \quad (13)$$

由式(13)在给定余弦窗阶次 n 值的条件下, 计算出主瓣函数谱线满足式(9)的 n 阶余弦窗的各项系数 $a_m(m=1, 2, \dots, n)$ 。该改进插值算法 1-5 阶的余弦窗函数的系数见表 1。

表 1 1-5 阶余弦窗函数系数表

Table 1 Coefficients of 1-5 order cosine window function					
参数	1 阶	2 阶	3 阶	4 阶	5 阶
a_0	1/2	3/8	5/16	35/128	63/256
a_1	1/2	1/2	15/32	7/16	105/256
a_2	—	1/8	3/16	7/32	15/64
a_3	—	—	1/32	1/16	45/512
a_4	—	—	—	1/128	5/256
a_5	—	—	—	—	1/512
d_1	1	2	3	4	5
d_2	2	3	4	5	6
α	1/2	3/2	45/4	315/2	14 175/4

式(9)的意义在于对于图 1 的曲线, 如任取两点 $P_1(\Omega_1, Y_1)$ 、 $P_2(\Omega_2, Y_2)$, 当满足等式 $|\Omega_1 - \Omega_2| = \Delta\Omega$ 时, 若将频谱函数的峰值对应横坐标看作谱能量重心, 则可通过求解重心的方法求出主瓣函数中心的横坐标参数, 即校正频率系数值。考虑到最大离散频谱值 Y_{k_1} 可能处于主瓣函数峰值的任意一侧: 当 Y_{k_1} 位于主瓣函数峰值的右侧时(见图 1), 由式(9)可推导出用 Y_{k_1} 、 $Y_{k_{1+1}}$ 表示的 n 阶余弦窗的主瓣中心的 x 轴坐标公式

$$k_0 = \frac{(k_1-n-1)Y_{k_{1+1}} + (k_1+n)Y_{k_1}}{Y_{k_1} + Y_{k_{1+1}}}$$

$$k_1 + \frac{nY_{k_1} - (n+1)Y_{k_{1+1}}}{Y_{k_1} + Y_{k_{1+1}}} = k_1 + x \quad Y_{k_{1+1}} < Y_{k_{1-1}} \quad (14)$$

同理,可推导出当 $|X(\Omega_1)|$ 位于主瓣函数峰值的左侧时的 x 轴坐标公式

$$k_0 = \frac{(k_1 - n)Y_{k_1} + (k_1 + n + 1)Y_{k_{1+1}}}{Y_{k_1} + Y_{k_{1+1}}} = k_1 + x \quad Y_{k_{1+1}} \geq Y_{k_{1-1}} \quad (15)$$

于是,可求出频率校正系数值为

$$x = \begin{cases} \frac{nY_{k_1} - (n+1)Y_{k_{1+1}}}{Y_{k_1} + Y_{k_{1+1}}} & Y_{k_{1+1}} < Y_{k_{1-1}} \\ \frac{(n+1)Y_{k_{1+1}} - nY_{k_1}}{Y_{k_1} + Y_{k_{1+1}}} & Y_{k_{1+1}} \geq Y_{k_{1-1}} \end{cases} \quad (16)$$

由离散频率点与时域频率之间的对应关系知,校正后的频率 ω_x 的计算公式为

$$\omega_x = 2\pi(k_1 + x) \frac{f_s}{N} \quad (17)$$

考虑到三角函数的周期性,利用数学归纳法由式(10)推导可得

$$A_x = \frac{1}{\sum_{m=1}^n [(-1)^m \frac{a_m m^2}{x^2 - m^2}]} \frac{x\pi}{N \sin(x\pi)} |X(\Omega_1)| = \frac{\prod_{m=1}^n (x^2 - m^2)}{\sum_{m=1}^n [(-1)^m (a_m m^2) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^n (x^2 - i^2)]} \frac{x\pi}{N \sin(x\pi)} |X(\Omega_1)| \quad (18)$$

式(18)中的 $\sum_{m=1}^n [(-1)^m (a_m m^2) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^n (x^2 - i^2)]$ 项,对于每

个确定的 n 值,由式(13)中 a_m 与 n 之间的关系,用数学归纳法可以证明,该项的计算结果是一个与 x 无关的常数,设为 α ,则式(18)可表述为

$$A_x = \frac{x\pi}{\alpha} \frac{\prod_{m=1}^n (x^2 - m^2)}{N \sin(x\pi)} |X(\Omega_1)| \quad (19)$$

表1给出了 $m=1 \sim 5$ 时的 α 值。

同时,由式(7)可以看出,相位信息是以指数的形式出现在计算表达式中的,也就是说窗函数对相位的影响是呈加减运算特性产生的。因此,在相位校正计算时,由式(7)可知,在频率点 Ω_1 处与频率点 ω_x 处的相位差为 $-x\pi$,故只要对相位差值 $\Delta\varphi = -x\pi$ 作校正运算即可获得频率点 ω_x 处的真实相位值,即有相位校正公式为

$$\varphi_x = \arctan \left[\frac{\text{Im}(Y_{k_1})}{\text{Re}(Y_{k_1})} \right] + \Delta\varphi = \arctan \left[\frac{\text{Im}(Y_{k_1})}{\text{Re}(Y_{k_1})} \right] - x\pi \quad (20)$$

按照电工理论中对初相角的定义,计算时注意

将 φ_x 的值限制在 $\pm\pi$ 之间。

2 算法特性分析

插值算法的目的是解决因采样频率与信号频率的非同步引起的频谱泄漏和栅栏效应造成计算结果的误差问题,应用于谐波电能计算的场合显然在计算精度和计算速度两方面都有较高的要求。

插值校正算法可解决栅栏效应,而频谱泄漏问题的解决则有赖于加窗函数的谱特性。文中提出的余弦窗函数与几种经典窗函数的旁瓣衰减特性比较曲线见图2。图2中:曲线A为3阶的Blackman-Harris窗;B为4阶的Rife-Vincent窗;C为Hanning窗;D为文中提出的改进余弦窗(图2中绘出的是二阶改进余弦窗)。由图2中可以看出,曲线D的衰减速度远大于其他几种情况,表明以式(13)构成的窗函数具有更好的抑制频谱泄漏的能力。

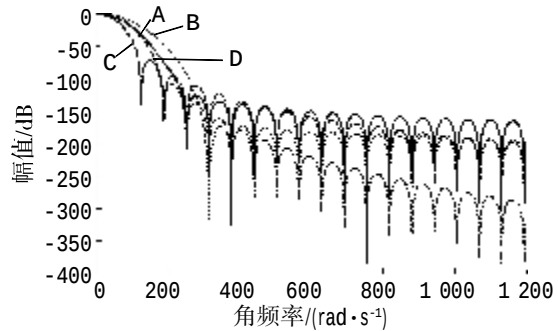


图2 不同窗函数的旁瓣衰减特性曲线

Fig. 2 Side-lobe characteristics of different window functions

同时,文中提出的窗函数还有一个特点:随着余弦窗阶数 n 的增加,校正计算精度越来越高。文中给出了在 $f_s=5.12$ kHz, $N=1024$ 条件下,阶数 $n=1 \sim 5$ 时的改进余弦窗的校正精度曲线见图3。由图3中可以看出,若需要提高校正计算的精度,可通过增加余弦窗阶数的方法解决。以五阶改进余弦窗为例,其基波幅值和频率的校正精度可达 10^{-8} 次方以上,基波相位校正精度亦优于 10^{-6} 。

另外,由式(17)、(19)和(20)组成的改进双峰插值校正算法不仅可用于整次谐波的校正计算,而且也适用于对间谐波的分析处理。以一个具体算例为例,

设被处理信号为 $v(t) = \sum \sqrt{2} V_i \sin(2\pi f_i t + \varphi_i)$,各谐波分量的参数见表2。

以 $f_s=1.024$ kHz, $N=1024$ 对信号进行采样和FFT处理;采用二阶改进余弦窗,利用改进双峰插值校正算法仿真计算的结果,见表3。由表3可以看出,该算法对于间谐波同样有较好的校正计算能力。但必须指出的是,算法应用时应保证各谐波分量之

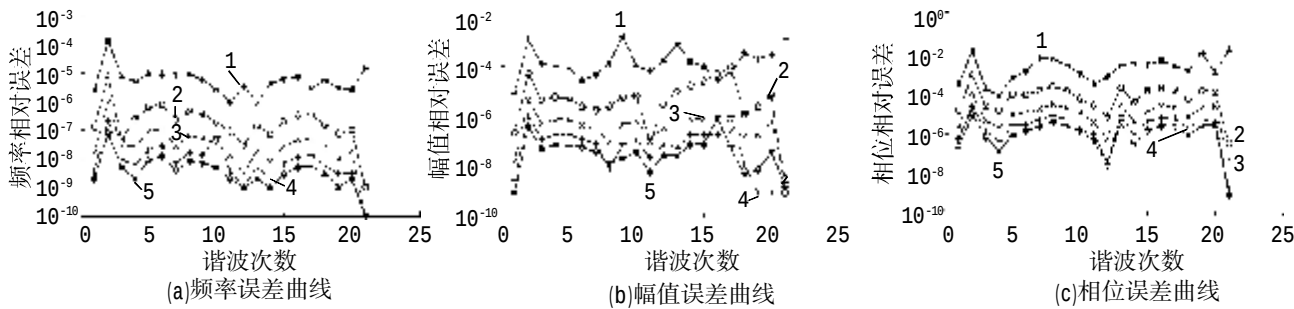


图 3 不同阶次改进余弦窗的计算误差曲线

Fig. 3 Calculation error curve of different order improved cosine window

表 2 仿真信号参数表

Table 2 Parameters of simulated signal

参数	数值									
f_i/Hz	30.1	49.8	75.5	99.6	150.3	180.2	249.0	270.3	348.6	
U_i/V	6.0	380.0	3.5	10.0	7.8	4.8	2.0	0.5	0.1	
$\varphi_i/(\circ)$	10.0	30.0	15.0	20.0	35.6	72.5	45.5	41.3	60.0	

间有足够的谱线条数, 否则会影响校正精度, 主要是对次谐波的校正精度的影响, 特别是对相位校正精

度的影响比较大。

3 与其他算法的比较

为验证该算法的优越性, 研究中在不同谐波参数及不同采样率的条件下, 将该算法与几种经典的算法在计算速度和计算精度两方面进行了大量的仿真计算与实验比较研究。

表 3 校正计算相对误差表

Table 3 Relative errors of corrected calculation

参数	数值									
f_i/Hz	1.5×10^{-6}	-1.4×10^{-10}	8.2×10^{-8}	3.2×10^{-9}	-2.8×10^{-10}	1.0×10^{-9}	4.0×10^{-10}	2.2×10^{-11}	1.4×10^{-11}	
U_i/V	-9.6×10^{-6}	-1.1×10^{-9}	-3.3×10^{-7}	1.1×10^{-8}	3.6×10^{-9}	-4.2×10^{-8}	3.8×10^{-8}	-8.6×10^{-10}	2.9×10^{-10}	
$\varphi_i/(\circ)$	-7.5×10^{-4}	4.2×10^{-8}	-4.9×10^{-5}	-2.7×10^{-6}	2.1×10^{-7}	-4.4×10^{-7}	-3.4×10^{-7}	-2.8×10^{-8}	-1.7×10^{-8}	

仅含整次谐波、基频为 50.5 Hz 的具体算例的仿真计算误差的比较曲线见图 4。其仿真计算的条件是: 采样频率 5.12 kHz, 数据采样个数 1 024 点

(即: $T=200 \text{ ms}$), 被处理信号为 $V(t) = \sum_{h=1}^{21} \sqrt{2} V_h \cos(2\pi h f_1 t + \varphi_h)$, 各谐波分量的参数见表 4。

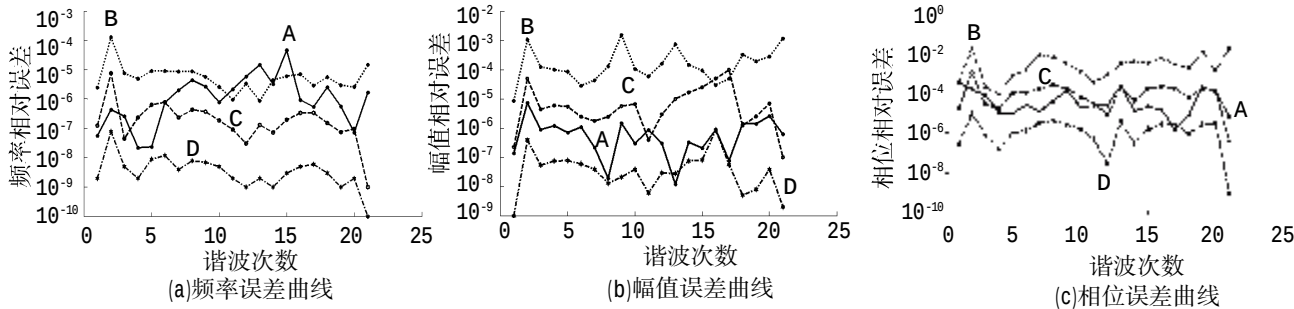


图 4 不同插值算法的校正计算误差比较

Fig. 4 Curves of correction calculation errors of different interpolation algorithm

表 4 仿真信号参数表

Table 4 Parameters of simulated signal

参数	h/次										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
V_h/V	220.000	10.000	8.000	6.000	4.000	2.000	1.000	0.800	0.600	0.400	0.200
$\varphi_h/(\circ)$	15	30	45	60	75	105	15	30	45	60	75
参数	h/次										
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	—
V_h/V	0.100	0.080	0.060	0.040	0.020	0.010	0.008	0.006	0.004	0.002	—
$\varphi_h/(\circ)$	105	15	30	45	60	75	105	15	30	45	—

图 4 中:A 为文[13]给出的 Blackman-Harris 窗插值公式计算的误差曲线;B 为文[14]提供的 Hanning 窗插值公式计算的误差曲线;C 为文[12]提供的 Rife-Vincent 窗插值公式计算的误差曲线;D 为该文提出的改进(二阶余弦窗)双峰插值算法的误差曲线。由图 4 中可以看出,该插值算法的计算精度相较于传统的双峰插值算法,在校正计算精度上毫不逊色。若增加的余弦窗阶次,由图 3 看出,改进算法的计算精度可以得到进一步的提高。

为比较该算法和基于曲线拟合算法的计算速度,研究中利用仿真开发装置的软件计时系统,在开发的以嵌入式计算机 STM32F407(CPU 的工作频率为 176 MHz)为信号处理芯片谐波电能计量装置中,采用同样的编程方法分别对以上几种插值算法的计算耗时进行了测试,测试结果见表 5。

表 5 信号处理各环节耗时表

Table 5 Signal processing time of each step ms

步骤/算法	B-H 窗	R-V 窗	Hanning 窗	二阶改 进窗
加窗运算	0.778 60	0.778 52	0.778 56	0.778 54
1 024 点 FFT 运算	6.078 14	6.077 64	6.077 94	6.077 78
21 点插值校正计算	6.661 30	6.659 62	6.658 28	5.121 52
总耗时	13.518 04	13.515 78	13.514 78	11.977 84

由表 5 可以看出,文中提出的插值算法比通过多项式拟合方法的插值算法在校正计算耗时方面节省了 10%以上。

4 算法应用

以该算法为信号分析处理的基本方法,以嵌入式微处理器 STM32F407 为主信号处理芯片,开发了一款三相谐波电能表^[19-20],其原理性结构图见图 5。

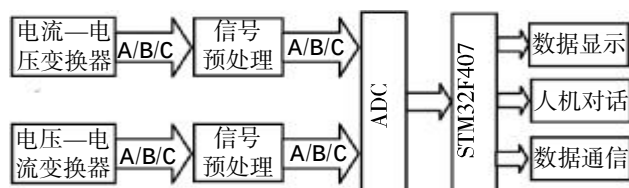


图 5 三相谐波电能表结构方框图

Fig. 5 Structure block diagram of three-phase harmonic power meter

信号传变单元的带宽为 2.5 kHz、精度为 0.2%,经低通滤波和比例放大环节等信号预处理环节后由 16 位模数转换器 AD7606 以 5.12 k/s 的采样率异步采样,每 200 ms 为一组数据采样周期。采样数据由 STM32F407 微处理器进行 FFT 分析和校正插值计算,得到各次谐波电流、电压和频率的实际值;再通过相应的理论公式计算可分别获得各次谐

波电能、功率、功率因数以及电流/电压的谐波畸变率等参数的间接测量值。由于文中讨论的核心问题是算法的实际应用效果,故在此仅以装置实验中谐波电流/电压以及频率的校正计算测量结果为依据以验证说明算法的正确性和有效性。

由于缺乏专门的谐波电能计量标准表计,实验采用比较测量的方式进行,作为比较测量的装置是日置 HIOKI3196 电能质量分析仪,其主要测量技术指标为:电流/电压的基波分析精度 0.2%,2-20 次谐波 0.5%,21-50 次谐波 1%;频率测量精度 0.01 Hz,其它参数由计算获得。因该装置的三相分析处理电路为完全对称的结构,故为简化实验电路的结构,装置实验是通过测试单相的谐波参数进行的。具体的实验线路图见图 6。

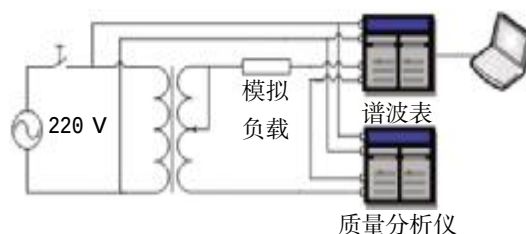


图 6 模拟实验线路图

Fig. 6 Diagram of analog experimental circuit

利用半波整流电路通过在负载电阻取样对电流和电压做谐波测量精度比对测试的实验结果(实验条件:交流电压约为 120 V,电阻约 30 Ω)见图 7。由实验结果可以看出,两种装置的各次谐波测量的相对误差基本在 $\pm 0.5\%$ 以内,表明两种表计的精度是可比的。

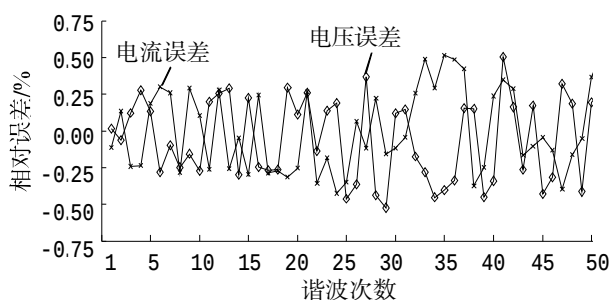


图 7 谐波测量相对误差曲线

Fig. 7 Relative errors of harmonics measuring

5 结语

计算精度和计算速度是利用 FFT 算法进行谐波分析时必须考虑的两个重要因素。窗函数的选择和校正算法的设计是解决问题的主要手段。文中通过对信号加窗 FFT 的数学表达式的分析推导,获得了构建 n 阶加窗余弦窗函数的系数的通用表达式,并在此基础上,提出了一种基于谱能量重心法的改进 FFT 插值算法,给出了计算校正频率、幅值和相

位的通用公式。仿真计算和实际应用设计结果表明, 该算法不仅可以获得比传统插值算法更高的校正计算精度, 而且在计算效率方面也可以得到进一步的提高。算法简单实用, 能实现对各种类型谐波的校正计算, 特别适用于基于嵌入式系统且对计算实时性要求较高的应用场合。

参考文献:

- [1] 张 鹏, 李红斌. 一种基于离散小波变换的谐波分析方法[J]. 电工技术学报, 2012, 27(3): 252-259.
ZHANG Peng, LI Hongbin. A novel algorithm for harmonic analysis based on discrete wavelet transforms[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2012, 27(3): 252-259.
- [2] BARROS J, DIEGO R I, De APRAIZ M. Applications of wavelet transform for analysis of harmonic distortion in power systems: A review[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(10): 2604-2611.
- [3] 张 谦, 王好娜, 付志红, 等. 滤波器—神经网络的谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(12): 42-47.
ZHANG Qian, WANG Haona, FU Zhihong, et al. An approach with filters-neural network for harmonic detection[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(12): 42-47.
- [4] KRISMANTO A U, LOMI A, HARTUNGI R. Artificial neural network-based harmonics extraction algorithm for shunt active power filter control[J]. International Journal of Power Electronics, 2012, 4(3): 273-289.
- [5] 丁屹峰, 程浩忠, 吕干云, 等. 基于 Prony 算法的谐波和间谐波频谱估计[J]. 电工技术学报, 2005, 20(10): 94-97.
DING Yifeng, CHENG Haozhong, LYU Ganyun, et al. Spectrum estimation of harmonics and interharmonics based on Prony algorithm[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2005, 20(10): 94-97.
- [6] YILMAZ A S A A, ASYALI M H. Applications of parametric spectral estimation methods on detection of power system harmonics[J]. Electric Power Systems Research, 2008, 78(4): 683-693.
- [7] DASH P K, KRISHNANAND K R, PADHEE M. Fast recursive Gauss-Newton adaptive filter for the estimation of power system frequency and harmonics in a noisy environment[J]. IET Generation, Transmission and Distribution, 2011, 5(12): 1277-1289.
- [8] 温 和, 滕召胜, 卿柏元. Hanning 自卷积窗及其在谐波分析中的应用[J]. 电工技术学报, 2009, 24(2): 164-169.
WEN He, TENG Zhaosheng, QING Baiyuan. Hanning self-convolution windows and its application to harmonic analysis[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, 24(2): 164-169.
- [9] 刘德利, 曲延滨. 改进的希尔伯特—黄变换在电力谐波中的应用研究[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(6): 69-73.
LIU Deli, QU Yanbin. Application of improved HHT approach to harmonic analysis in power system[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(6): 69-73.
- [10] 占 勇, 丁屹峰, 程浩忠, 等. 电力系统谐波分析的稳健支持向量机方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(12): 43-46.
ZHAN Yong, DING Yifeng, CHENG Haozhong, et al. A robust support vector algorithm for harmonics analysis of electric power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(12): 43-46.
- [11] 肖先勇, 王 楠, 刘亚梅. 基于多项式逼近的单峰谱线插值算法在间谐波分析中的应用[J]. 电网技术, 2008, 32(18): 57-61.
XIAO Xianyong, WANG Nan, LIU Yamei. Application of polynomial approximation based single peak spectral lines interpolation algorithm in interharmonic analysis [J]. Power System Technology, 2008, 32(18): 57-61.
- [12] 曾 博, 滕召胜, 高云鹏, 等. 基于 Rife-Vincent 窗的高准确度电力谐波相量计算方法[J]. 电工技术学报, 2009, 24(8): 154-159.
ZENG Bo, TENG Zhaosheng, GAO Yunpeng, et al. An accurate approach for power harmonic phasor calculation based on Rife-Vincent window[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, 24(8): 154-159.
- [13] 许 珉, 张鸿博. 基于 Blackman-harris 窗的加窗 FFT 插值修正算法[J]. 郑州大学学报(工学版), 2005, 26(4): 99-101.
XU Min, ZHANG Hongbo. The correction algorithm based on the Blackman-Harris windows and interpolated FFT[J]. Journal of Zhengzhou University (Engineering Science), 2005, 26(4): 99-101.
- [14] 牛胜锁, 梁志瑞, 张建华, 等. 基于三谱线插值 FFT 的电力谐波分析算法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(16): 130-136.
NIU Shengsuo, LIANG Zhirui, ZHANG Jianhua, et al. An algorithm for electrical harmonic analysis based on triple-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(16): 130-136.
- [15] 刘亚梅, 惠 锦, 杨洪耕. 电力系统谐波分析的多层 DFT 插值校正法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(25): 182-188.
LIU Yamei, HUI Jin, YANG Honggeng. Multilayer DFT interpolation correction approach for power system harmonic analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(25): 182-188.
- [16] 王刘旺, 黄建才, 孙建新, 等. 基于加汉宁窗的 FFT 高精度谐波检测改进算法[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(24): 28-33.

(下转第 102 页)

- LU Zhiwei, WEN Xishan, SHI Yanling, et al. Numerical calculation of large substation grounding grids in industry frequency[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(12): 89-92.
- [13] 张丽萍, 袁建生, 李中新. 变电站接地网不等电位模拟数值计算[J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(1): 1-3.
- ZHANG Liping, YUAN Jiansheng, LI Zhongxin. Calculation of substation grounding grids with unequal-potential model[J]. Proceedings of the CSEE, 2000, 20(1): 1-3.
- [14] 刘冉, 宋珂, 任昂, 等. CDEGS在接地网缺陷诊断中的应用研究[J]. 机电一体化, 2013(6): 13-15.
- LIU Ran, SONG Ke, REN Ang, et al. Research and application of CDEGS in defect diagnosis for grounding grid[J]. Mechatronics, 2013(6): 13-15.
- [15] YOUPING T, JINLIANG H, RONGG Z. Lightning impulse performances of grounding devices covered with low resistivity materials[J]. IEEE Trans. on Power Delivery, 2006, 21(3): 1706-1713.
- [16] 张波, 余绍峰, 孔维政, 等. 接地装置雷电冲击特性的大电流试验分析[J]. 高电压技术, 2011, 37(3): 548-554.
- ZHANG Bo, YU Shaofeng, KONG Weizheng, et al. Experimental analysis on impulse characteristics of grounding devices under high lightning current[J]. High Voltage Engineering, 2011, 37(3): 548-554.
- [17] 国家技术监督局. GBT 17949.1—2000 接地系统的土壤电阻率、接地阻抗和地表电位测量导则[S]. 北京: 中国标准出版社, 2015.
- National Technical Supervision. GBT 17949.1—2000 Guide for measuring earth resistivity, ground impedance and earth surface potentials of a ground system[S]. Beijing: China Standard Press, 2015.
- [18] IEEE-SA Standards Board. IEEE Std 80—2000 IEEE guide for safety in AC substation grounding[S]. 2000.
- 苏磊(1981—), 男, 硕士, 高级工程师, 主要从事电力变压器直流偏磁的影响评估与治理等方面的研究工作。
- 王丰华(1973—), 女, 博士, 副教授, 主要从事电力系统接地技术、变压器在线监测与故障诊断、电力变压器直流偏磁等方面的研究工作(通信作者)。

(上接第97页)

- WANG Liuwang, HUANG Jiancai, SUN Jianxin, et al. An improved precise algorithm for harmonic analysis based on Hanning-windowed FFT[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(24): 28-33.
- [17] EDWARD W K, BONNIE S H. 应用 Web 和 MATLAB 的信号与系统基础[M]. 第2版. 高 强, 戚银城, 杨 志, 译. 北京: 电子工业出版社, 2002: 241-262.
- EDWARD W K, BONNIE S H. Fundamentals of signals and systems using the web and MATLAB[M]. 2nd Edition. GAO Qiang, QI Yincheng, YANG Zhi, Translation. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002: 241-262.
- [18] 丁 康, 江利旗. 离散频谱的能量重心校正法[J]. 振动工程学报, 2001, 14(3): 354-358.
- DING Kang, JIANG Liqi. Energy centrobaric correction method for discrete spectrum[J]. Journal of Vibration Engineering, 2001, 14(3): 354-358.
- [19] 彭显刚, 邓小康, 聂一雄, 等. 多功能三相谐波电能表: 中国, ZL201320342407.3[P]. 2013-06-17.
- PENG Xiangang, DENG Xiaokang, NIE Yixiong, et al. Multi-functional three-phase harmonic power meter: China, ZL201320342407.3[P]. 2013-06-17.
- [20] 彭显刚, 戴乔旭, 聂一雄, 等. 谐波电能监测终端设计[J]. 电测与仪表, 2015, 52(6): 39-43.
- PENG Xiangang, DAI Qiaoxu, NIE Yixiong, et al. Design of a harmonic power monitoring terminal[J]. Electric Measurement & Instrumentation, 2015, 52(6): 39-43.
- 聂一雄(1964—), 男, 工学博士, 副教授, 主要从事电能质量分析与控制、高压在线检测技术的教学与研究。
- 彭显刚(1964—), 男, 工学硕士, 副教授, 主要从事电能质量分析与控制、发电厂电气技术的教学与研究。
- 戴乔旭(1989—), 男, 硕士研究生, 主要从事电能质量分析与控制的研究。
- 邓小康(1975—), 男, 高级工程师, 硕士, 主要从事电力系统计量、电能质量分析与控制的研究工作。